Laboratorio 2: Tomografía Cuántica*

Sergio Gutiérrez** and Camilo Rivera***
Universidad de los Andes
(Dated: marzo de 2017)

El siguiente informe resume la elaboración de una práctica de laboratorio en la cual se pretendía realizar una tomografía cuántica, procedimiento en el cual se buscaba reconstruir la matriz de densidad para un estado de polarización conocido.

I. INTRODUCCIÓN

La idea del montaje experimental realizado es poder realizar una tomografía cuántica para poder reconstruir la matriz de densidad. Esto se hará a lo largo de tres diferentes configuraciones: una para reconstruir un estado conocido de polarización, una segunda para reconocer un estado de polarización desconocido y finalmente un último una configuración para obtener la tomografía de un estado mezclado. El propósito de estos montajes es entender el funcionamiento de la tomografía cuántica, la matriz de densidad y cómo a través de estas se puede conocer el estado cuántico de un haz de luz.

La manipulación del estado de polarización de la luz se hace mediante placas de cuarto de onda y de media onda, además de polarizadores y *Beam Splitters* de polarización, que al igual que los beam splitters separan la luz en dos partes, pero reflejando y transmitiendo preferencialmente ciertos estados de polarización.

A. Half Wave Plate (HWP)

Las placas o láminas de media onda (*Half Wave Plate* o HWP por su nombre en inglés) son cristales con birrefringencia, los cuales retrasan medio ciclo aquel estado de polarización que esté alineado con su eje lento, respecto al que va en dirección de su eje rápido.

Un estado de polarización lineal incidiendo en un HWP, permanecerá lineal pero si su ángulo de incidencia es θ respecto al eje óptico, su estado de polarización (lineal) de salida, se verá rotado un ángulo de 2θ. Así mismo, si el estado de polarización es circular, (por ejemplo izquierda) el haz de salida tendrá la polarización inversa (para nuestro ejemplo; derecha).

B. Quarter Wave Plate (QWP)

Las placas o láminas de cuarto de onda (*Quarter Wave Plate* o QWP por su nombre en inglés), al igual que las HWP, son cristales birrefringentes, pero a diferencia de las primeras, su eje lento retrasa $\lambda/4$ respecto a su eje rápido.

Nuevamente, un haz linealmente polarizado alineado con su eje óptico no se verá afectado. Sin embargo, una polarización lineal a 45° de su eje óptico, producirá una polarización circular, y viceversa. Como es de esperarse, al usarse dos QWP, se tendrá el efecto de una HWP.

C. Estados de Polarización

Para realizar la tomografía, lo que se hace es proyectar un estado de polarización sobre ciertos estados de polarización conocidos, a modo de base, y sabiendo las proporciones de las proyecciones se puede reconstruir el estado de polarización inicial; sea este mezclado o puro.

Los seis estados de polarización sobre los que normalmente se realizan las proyecciones son: horizontal $|H\rangle$, vertical $|V\rangle$, diagonal $|D\rangle$, antidiagonal $|A\rangle$, circular derecha $|R\rangle$ y circular izquierda $|L\rangle$. La relación entre estos estados de polarización está dada por las siguientes ecuaciones,

$$|D\rangle = (|H\rangle + |V\rangle)/\sqrt{2}$$
$$|A\rangle = (|H\rangle - |V\rangle)/\sqrt{2}$$
$$|R\rangle = (|H\rangle + i\,|V\rangle)/\sqrt{2}$$
$$|L\rangle = (|H\rangle - i\,|V\rangle)/\sqrt{2}$$

Realizando medidas de proyecciones sobre estos estados de polarización se pueden obtener los parámetros de Stokes para así reconstruir la matriz densidad.

D. Parámetros de Stokes

La matriz de densidad para un estado de polarización, bien sea puro o mezclado, será representada de manera única por la Ecuación 1, donde $\hat{\sigma}_i$ son las matrices sigma,

$$\hat{\sigma}_0 \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \hat{\sigma}_1 \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \hat{\sigma}_2 \equiv \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \hat{\sigma}_3 \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2}\sum_{i=0}^{3} S_i \hat{\sigma}_i \tag{1}$$

* Curso de Óptica Cuántica
**
***

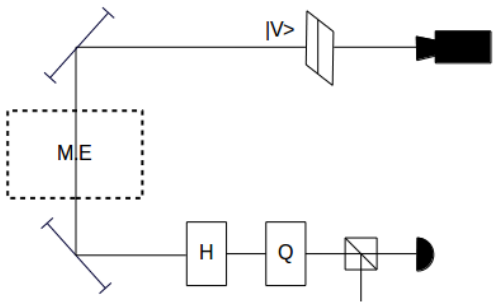


Figura 1. Montaje experimental general de la tomografía

Finalmente los parámetros de Stokes están dados en términos de sumas de probabilidades de los estados de polarización, y por definición $S_0 = 1$.

$$\begin{aligned} S_0 &= P_{|H\rangle} + P_{|V\rangle} \\ S_1 &= P_{|D\rangle} - P_{|A\rangle} \\ S_2 &= P_{|R\rangle} - P_{|L\rangle} \\ S_3 &= P_{|H\rangle} - P_{|V\rangle} \end{aligned}$$

Se puede identificar la *pureza* del estado analizado con la Ecuación 2 en la que si $p = 1$, se tienen estados puros; si $p < 1$, se tienen estados mezclados; y si $p = 0$ se tienen estados completamente mezclados.

$$\sum_{i=1}^{3} S_i^2 = p \tag{2}$$

II. MONTAJE EXPERIMENTAL

El montaje experimental está dividido en tres etapas. Para las tres etapas se tiene un láser, cuyo haz se pasa a través de un polarizador vertical, para que luego un juego de espejos dirijan el haz a través de un HWP, un QWP y un Beam Spliter de Polarización (PBS) el cuál refleja la polarización vertical y transmite la horizontal hacia el detector. El esquema general se puede observar en la Figura 1.

Durante la primera parte del experimento, se utiliza el esquema general tal cual como se describió. La segunda parte del experimento consta internamente de dos partes, en las cuales se reemplaza el elemento modificador (marcado como M.E. en la Figura 1) por una HWP a 22,5° y una QWP a 45° respectivamente.

Finalmente, la tercera parte del experimento consta en utilizar un Tunable Beam Displacer (TBD) como elemento modificador, el cual genera un estado de polarización mezclado.

A. Tomografía

La tomografía es realizada de manera automatizada por un montaje dispuesto en el laboratorio. A través de LabView se adquieren los datos del fotodiodo utilizado a manera de detector y automáticamente se controlan los motores de la HWP y QWP para llegar a los ángulos deseados para las 6 polarizaciones mencionadas anteriormente. La Tabla I muestra los diferentes desplazamientos mostrados para los ángulos de las Waveplates, y la proyección correspondiente medida.

Tabla I. Proyecciones de Polarización Medidas

HWP	QWP	Pol.
0°	0°	H
45°	0°	V
22,5°	0°	D
337,5°	0°	A
0°	315°	L
0°	45°	R

III. RESULTADOS Y ANÁLISIS

A. Parte 1

La Tabla II muestra los resultados de proyección para el montaje sin elemento modificador. El proceso para obtener estas cantidades fue promediando los datos obtenidos por el detector para cada proyección y luego normalizando los datos para tener información de probabilidades. La normalización se realiza por parejas ortogonales. En la Tabla III se muestran los parámetros de Stokes correspondientes a estas probabilidades.

Tabla II. Proyecciones Parte 1

Pol.	Prob
H	0.01
V	0.99
D	0.59
A	0.41
L	0.5
R	0.5

Tabla III. Parámetros de Stokes: 1

S_0	S_1	S_2	S_3
1	0.18	0	-0.98

Haciendo uso de la Ecuación 2 tenemos que $p = 0{,}99$ por lo que se tiene un estado aproximadamente puro, y con la Ecuación 1 se tiene que la matriz de densidad obtenida será,

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} 0{,}01 & 0{,}09 \\ 0{,}09 & 0{,}99 \end{pmatrix}$$

Por lo que se puede inferir que el estado de polarización original es vertical debido a que la base que estamos usando es $|H\rangle\,|V\rangle$. Este resultado es el esperado por el polarizador vertical colocado a la salida del láser.

B. Parte 2

1. *HWP*

En esta subsección el elemento modificador de la Figura 1 se reemplaza por una HWP a 22,5°. En las Tablas IV y V se muestran las probabilidades medidas y los parámetros de Stokes correspondientes, respectivamente.

Tabla IV. Proyecciones Parte 2a

Pol.	**Prob**
H	0.4
V	0.6
D	0.02
A	0.98
L	0.48
R	0.52

Tabla V. Parámetros de Stokes: 2a

$\mathbf{S_0}$	$\mathbf{S_1}$	$\mathbf{S_2}$	$\mathbf{S_3}$
1	-0.96	0.04	0.2

Haciendo uso de la Ecuación 2 tenemos que $p = 0{,}96$ por lo que se tiene un estado aproximadamente puro, y con la Ecuación 1 se tiene que la matriz de densidad obtenida será,

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} 0{,}4 & -0{,}48 + i0{,}02 \\ -0{,}48 + i0{,}02 & 0{,}6 \end{pmatrix}$$

Esta matriz corresponde a un estado de polarización antidiagonal, que corresponde a la rotación obtenida por el HWP.

2. *QWP*

En esta subsección el elemento modificador de la Figura 1 se reemplaza por una QWP a 45°. En las Tablas VI y VII se muestran las probabilidades medidas y los parámetros de Stokes correspondientes, respectivamente.

Haciendo uso de la Ecuación 2 tenemos que $p = 0{,}96$ por lo que se tiene un estado aproximadamente puro, y con la Ecuación 1 se tiene que la matriz de densidad obtenida será,

Tabla VI. Proyecciones Parte 2b

Pol.	**Prob**
H	0.5
V	0.5
D	0.46
A	0.54
L	0.02
R	0.98

Tabla VII. Parámetros de Stokes: 2b

$\mathbf{S_0}$	$\mathbf{S_1}$	$\mathbf{S_2}$	$\mathbf{S_3}$
1	-0.08	0.96	0

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} 0{,}5 & -0{,}04 - i0{,}48 \\ -0{,}04 - i0{,}48 & 0{,}5 \end{pmatrix}$$

Esta matriz corresponde a un estado de polarización izquierda, que corresponde a la rotación obtenida por el QWP.

C. Parte 3

En la tercera parte del experimento se pretende medir la matriz de densidad para un estado mezclado, preparado al reemplazar el elemento modificador de la Figura 1 por un TBD. En las Tablas VIII y IX se muestran las probabilidades medidas y los parámetros de Stokes correspondientes, respectivamente.

Tabla VIII. Proyecciones Parte 3

Pol.	**Prob**
H	0.46
V	0.54
D	0.72
A	0.28
L	0.41
R	0.59

Haciendo uso de la Ecuación 2 tenemos que $p = 0{,}23$ por lo que se tiene un estado altamente mezclado, y con la Ecuación 1 se tiene que la matriz de densidad obtenida será,

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} 0{,}46 & 0{,}22 - i0{,}09 \\ 0{,}22 - i0{,}09 & 0{,}54 \end{pmatrix}$$

IV. CONCLUSIONES

Como se pudo observar a lo largo del laboratorio es posible reconstruir estados de polarización conocidos o incluso esperados mediante la tomografía cuántica. Dado

Tabla IX. Parámetros de Stokes: 3

S_0	S_1	S_2	S_3
1	0.44	0.18	-0.08

que la cantidad de datos es finita, los resultados no serán exactos y existen incertidumbres causadas por la precisión de los motores y las irregularidades de las HWP y las QWP.

Se puede ver que mediante los parámetros de Stokes se puede tener una base útil para no sólo reconocer estados de polarización puros, sino que también permiten caracterizar estados de polarización desconocidos y mezclados a través de proyecciones a bases conocidas. Además permite cuantificar de manera rápida el nivel de pureza del estado, de manera que se puede caracterizar el estado presente del montaje experimental utilizado.